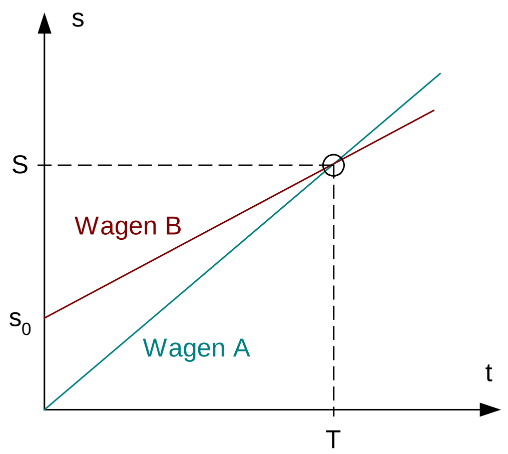
Physik-Übungsblatt Nr. 1: Lösungsvorschläge

Aufgabe 1: Zur Zeit t=0 startet Wagen A mit der konstanten Geschwindigkeit $v_A = 120\,\mathrm{km/h}$, Wagen B fährt mit der konstanten Geschwindigkeit $v_B = 100\,\mathrm{km/h}$ in die gleiche Richtung, hat aber zu Beginn einen Vorsprung von 4 km. Wie lange dauert es, bis Wagen A den Wagen B eingeholt hat? Welche Strecke hat A in dieser Zeit zurückgelegt? **Weg-Zeit-Diagramm** skizzieren!

Lösungsvorschlag:



Bewegungsgleichung für Wagen A:

$$s(t) = v_A t$$

Bewegungsgleichung für Wagen B:

$$s(t) = v_B t + s_0$$

Gleichsetzen liefert den Schnittpunkt der beiden Geraden:

$$v_A t = v_B t + s_0 \quad \text{bzw. nun} \quad v_A T = v_B T + s_0$$

Umstellen und Auflösen nach T liefert

$$v_A T - v_B T = s_0$$

$$(v_A - v_B)T = s_0$$

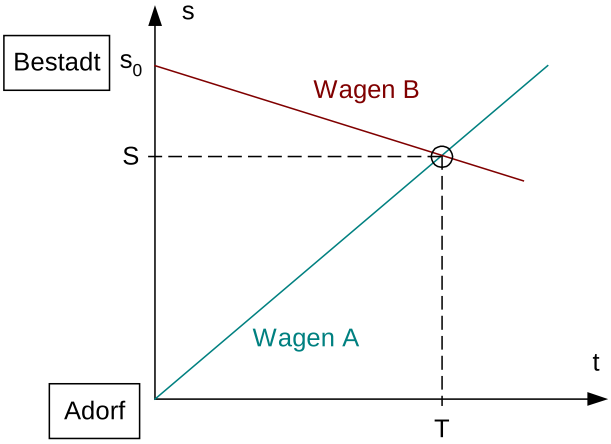
$$\underline{\underline{T = \frac{s_0}{v_A - v_B} = \frac{4\,\mathrm{km}}{(120-100)\,\mathrm{km/h}} = 0{,}2\,\mathrm{h} = 12\,\mathrm{min}}}\,.$$

Einsetzen von T in die Bewegungsgleichung von A liefert

$$\underline{\underline{S = s(t=T) = v_A T = 120\,\mathrm{km/h} \cdot 0{,}2\,\mathrm{h} = 24\,\mathrm{km}}}\,.$$

Aufgabe 2: Zur Zeit t=0 startet Wagen A in Adorf mit der konstanten Geschwindigkeit $v_A = 120\,\mathrm{km/h}$ Richtung Bestadt, Wagen B startet in Bestadt zeitgleich mit der konstanten Geschwindigkeit $v_B = 100\,\mathrm{km/h}$ Richtung Adorf. Die Entfernung zwischen Adorf und Bestadt beträgt 60 km. Wie lange dauert es, bis Wagen A und Wagen B einander begegnen? Wo begegnen sich die Wagen? **Weg-Zeit-Diagramm** skizzieren!

Lösungsvorschlag:



Weg-Zeit-Beziehung für Wagen A:

$$s(t) = v_A t$$

Weg-Zeit-Beziehung für Wagen B:

$$s(t) = -v_B t + s_0$$

Gleichsetzen liefert Schnittpunkt der beiden Geraden:

$$v_A t = -v_B t + s_0 \quad \text{bzw. nun} \quad v_A T = -v_B T + s_0$$

Umstellen und Auflösen nach T liefert

$$v_A T + v_B T = s_0$$

$$(v_A + v_B)T = s_0$$

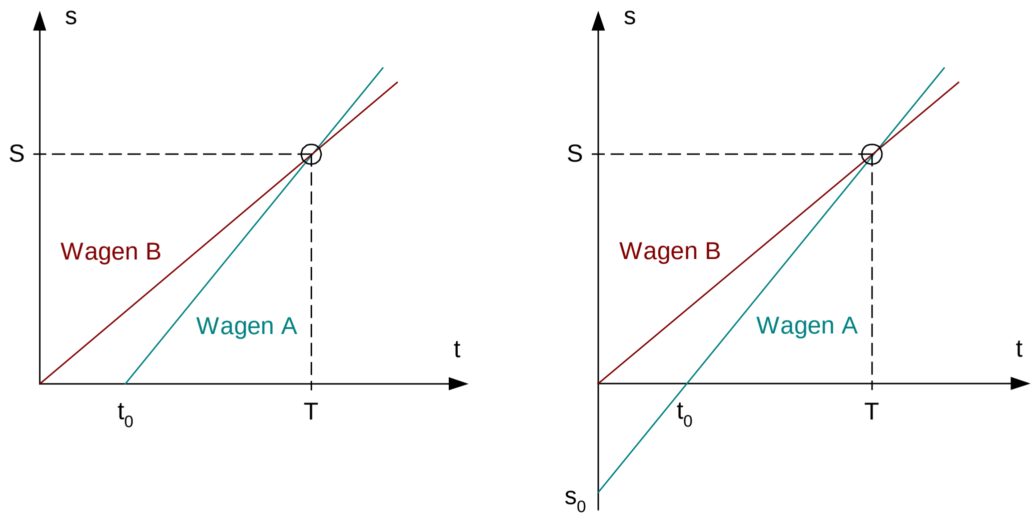
$$\underline{\underline{T = \frac{s_0}{v_A + v_B} = \frac{60\,\mathrm{km}}{(120+100)\,\mathrm{km/h}} = \frac{3}{11}\,\mathrm{h} \cong 16{,}36\,\mathrm{min}}}\,.$$

Einsetzen von T in die Bewegungsgleichung von A liefert

$$\underline{\underline{S = s(t=T) = v_A T = 120\,\mathrm{km/h} \cdot \frac{3}{11}\,\mathrm{h} \cong 32{,}73\,\mathrm{km}}}\,.$$

Aufgabe 3: Zur Zeit t=0 startet Wagen B mit der konstanten Geschwindigkeit $v_B = 100\ \mathrm{km/h}$, Wagen A startet vom gleichen Ort aus mit einer halben Stunde Verspätung in die gleiche Richtung. Wagen A fährt mit der konstanten Geschwindigkeit $v_A = 120\ \mathrm{km/h}$. Wie lange dauert es, bis Wagen A den Wagen B eingeholt hat? Welche Strecke hat A in dieser Zeit zurückgelegt? **Weg-Zeit-Diagramm** skizzieren!

Lösungsvorschlag:



a) b)

Die Situation wird zunächst durch Skizze a beschrieben.

Bewegungsgleichung für Wagen A:

$$s(t) = v_A t + s_0$$

mit dem zunächst noch unbekannten s-Achsenabschnitt s_0.
s_0 kann berechnet werden, wenn man bedenkt, dass die Gerade für A die t-Achse bei $t = t_0$ schneiden soll; das bedeutet, dass

$$0 = v_A t_0 + s_0 ,$$

also

$$s_0 = -v_A t_0 .$$

Damit ist die Bewegungsgleichung für A

$$s(t) = v_A t - v_A t_0 .$$

Die Bewegungsgleichung für Wagen B ist einfach:

$$s(t) = v_B t$$

Gleichsetzen liefert den Schnittpunkt der beiden Geraden:

$$v_A t - v_A t_0 = v_B t \quad \text{bzw. nun} \quad v_A T - v_A t_0 = v_B T$$

Umstellen und Auflösen nach T liefert

$$v_A T - v_B T = v_A t_0 \,,$$

$$(v_A - v_B) T = v_A t_0 \,,$$

so dass

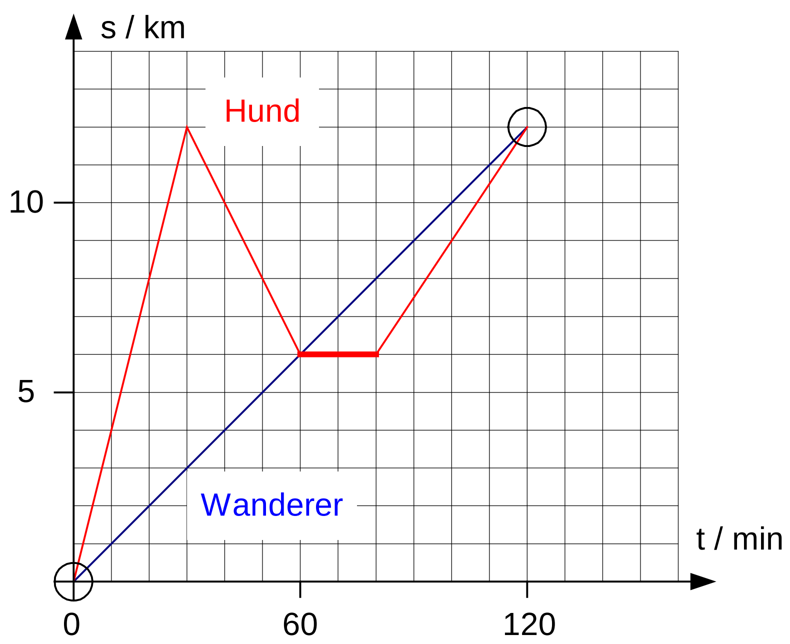
$$\underline{\underline{T = \frac{v_A t_0}{v_A - v_B} = \frac{120\ \text{km/h} \cdot 0{,}5\ \text{h}}{(120-100)\ \text{km/h}} = 3\ \text{h}}}\,.$$

Einsetzen von T in die Bewegungsgleichung von A liefert

$$\underline{\underline{S = s(t=T) = v_A (T - t_0) = 120\ \text{km/h} \cdot 2{,}5\ \text{h} = 300\ \text{km}}}\,.$$

Aufgabe 4: Ein Wanderer und sein Hund brechen zu einem 12 km langen Marsch auf. Der geübte Wanderer hat dabei eine konstante Geschwindigkeit von 6 km/h. Der Hund flitzt allerdings mit der vierfachen Geschwindigkeit los, erreicht das Ziel und läuft – nun etwas ermattet – mit 12 km/h zurück, bis er wieder auf den Wanderer trifft. Während der Wanderer unbeirrt weiter läuft, macht der Hund eine längere Pause und läuft danach mit 9 km/h wieder Richtung Ziel, wo er zeitgleich mit dem Wanderer eintrifft.
Wie lange hat der Hund Pause gemacht? Welchen Weg hat er insgesamt zurückgelegt?
Lösung grafisch über **Weg-Zeit-Diagramm**: Weg 1 km ↔ 1 cm; Zeit 10 min ↔ 1 cm.

Lösungsvorschlag:



Die Pause (dicke rote Linie) dauert 20 Minuten.

Aufgabe 5: Ein Flugzeug fliegt von Leipzig nach Wien (660 km) und kommt in Wien 6 min früher an, da es Rückenwind von 60 km/h Stunde hatte. Wie groß ist die Eigengeschwindigkeit des Flugzeugs?

Lösungsvorschlag:

Wir führen die folgenden Bezeichnungen ein

gegeben:	$s = 660\text{ km}$	Strecke Leipzig - Wien
	$v_w = 60\text{ km/h}$	Windgeschwindigkeit
	$\Delta t = 6\text{ min} = 0{,}1\text{ h}$	Zeitdifferenz
gesucht:	$v_0 = ?$	Eigengeschwindigkeit des Flugzeugs
Hilfsgröße:	t_0	Flugdauer ohne Wind

Für den Flug mit Wind gilt (Weg in km, Zeit in h, Geschwindigkeit in km/h)

(1) $$v_0 + 60 = \frac{660}{t_0 - 0{,}1}.$$

Die Flugdauer t_0 ohne Wind kann aus

(2) $$v_0 = \frac{660}{t_0} \quad \text{und daher} \quad t_0 = \frac{660}{v_0}$$

berechnet werden. Einsetzen von (2) in (1) liefert

(3) $$v_0 + 60 = \frac{660}{\frac{660}{v_0} - 0{,}1},$$

wir haben also nur noch eine Unbekannte v_0.

Umformen liefert

$$(v_0 + 60)(\frac{660}{v_0} - 0{,}1) = 660,$$

$$(v_0 + 60)(660 - 0{,}1v_0) = 660v_0$$

$$660v_0 - 0{,}1v_0^2 + 39600 - 6v_0 = 660v_0$$

$$v_0^2 + 60v_0 - 396000 = 0$$

$$v_0 = -30 \pm \sqrt{900 + 396000} = -30 \pm 630$$

Die gesuchte Eigengeschwindigkeit des Flugzeugs beträgt 600 km/h.

Aufgabe 6: Ein Motorboot fährt 48,27 km in 3 Stunden den Strom abwärts. Für den Rückweg braucht es 5 Stunden. Wie schnell würde das Boot im stillen Wasser fahren, und wie hoch ist die Geschwindigkeit der Strömung?

Lösungsvorschlag:

Wir führen die folgenden Bezeichnungen ein:

gegeben:	$s = 48{,}27\text{ km}$	Strecke
	$t_{ab} = 3\text{ h}$	Zeit für Fahrt strom**ab**wärts
	$t_{auf} = 5\text{ h}$	Zeit für Fahrt strom**auf**wärts
gesucht:	$v_0 = ?$	Eigengeschwindigkeit des Bootes
	$v_S = ?$	Geschwindigkeit der Strömung

Für die Fahrt stromabwärts gilt

(1) $$v_0 + v_S = \frac{s}{t_{ab}} = \frac{48{,}27\text{ km}}{3\text{ h}} = 16{,}09\text{ km/h}$$

und für die Fahrt stromaufwärts

(2) $$v_0 - v_S = \frac{s}{t_{auf}} = \frac{48{,}27\text{ km}}{5\text{ h}} = 9{,}654\text{ km/h}\ .$$

Formal betrachtet liegt hier also ein **lineares Gleichungssystem** mit den Unbekannten v_0 und v_S vor. Addition der beiden Gleichungen liefert

$$2v_0 = (16{,}09 + 9{,}654)\text{ km/h} = 25{,}744\text{ km/h}$$

und somit

$$v_0 = \frac{25{,}744\text{ km/h}}{2} = \underline{\underline{12{,}872\text{ km/h}}}\ .$$

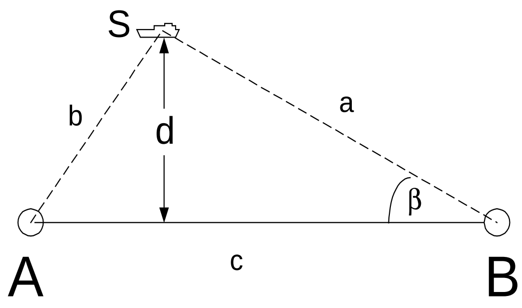
Einsetzen in Gleichung (1) liefert

$$12{,}872\text{ km/h} + v_S = 16{,}09\text{ km/h}\ ,$$

so dass

$$v_S = 16{,}09\text{ km/h} - 12{,}872\text{ km/h} = \underline{\underline{3{,}218\text{ km/h}}}\ .$$

Aufgabe 7: Mit herzlichen Grüßen von **sin** und **cos**:



Zeitgleich werden an den Küstenorten A und B ein Funksignal und ein Schallsignal (z. B. Explosionsknall, $v_S = 343\,\mathrm{m/s}$) ausgelöst. Nehmen Sie an, dass das Funksignal das Schiff S ohne zeitliche Verzögerung erreicht. Gegenüber dem Funksignal trifft das Schallsignal von A (von B) auf dem Schiff mit einer Verzögerung von 12 s (von 29 s) ein. Der Abstand der Orte A und B beträgt s=12 km.

Wie weit ist das Schiff von der Küstenlinie AB entfernt?

Lösungsvorschlag:

$$a = 343\,\mathrm{m/s} \cdot 29\,\mathrm{s} = 9947\,\mathrm{m} = 9{,}947\,\mathrm{km}$$

$$b = 343\,\mathrm{m/s} \cdot 12\,\mathrm{s} = 4116\,\mathrm{m} = 4{,}116\,\mathrm{km}$$

Mit dem Kosinussatz für den Winkel β

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\beta$$

folgt

$$\cos\beta = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} = \frac{9{,}947^2 + 12^2 - 4{,}116^2}{2 \cdot 9{,}947 \cdot 12} = 0{,}94669$$

und daher

$$\beta = 18{,}793^\circ .$$

Weiterhin ist

$$\sin\beta = \frac{d}{a}$$

und daher

$$d = a\sin\beta = 9{,}947\,\mathrm{km} \cdot \sin(18{,}793^\circ) = \underline{\underline{3{,}2\,\mathrm{km}}} .$$