Klausurtraining Klausur 1 (Musterlösungen)

Aufgabe 1: Ordnen Sie der Größe nach: $\frac{2}{5}, \frac{7}{15}, \frac{1}{3}, \frac{7}{10}, \frac{14}{25}, \frac{3}{5}$

Entweder durch Division und Vergleich der Dezimalzahlen oder durch Umformung auf Hauptnenner und Vergleich der Zähler:

$$\frac{2}{5}=\frac{60}{150}, \frac{7}{15}=\frac{70}{150}, \frac{1}{3}=\frac{50}{150}, \frac{7}{10}=\frac{105}{150}, \frac{14}{25}=\frac{84}{150}, \frac{3}{5}=\frac{90}{150}$$

$50 < 60 < 70 < 84 < 90 < 105$

also: $\underline{\underline{\frac{1}{3}<\frac{2}{5}<\frac{7}{15}<\frac{14}{25}<\frac{3}{5}<\frac{7}{10}}}$

Aufgabe 2: Berechnen Sie in reiner Bruchrechnung, Ergebnis so weit wie möglich kürzen:

a) $\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{5}{6}=\underline{\underline{\frac{1}{6}}}$

b) $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}+\frac{3}{4}+\frac{4}{5}+\frac{5}{6}=\frac{30+40+45+48+50}{60}=\underline{\underline{\frac{213}{60}}}$

c) $\frac{1}{2}-\frac{2}{3}+\frac{3}{4}-\frac{4}{5}+\frac{5}{6}=\frac{30-40+45-48+50}{60}=\underline{\underline{\frac{37}{60}}}$

d) $\frac{1}{2}-\frac{2}{3}-(\frac{3}{4}+\frac{4}{5}-\frac{5}{6})=\frac{3-4}{6}-(\frac{45+48-50}{60})=-\frac{1}{6}-\frac{43}{60}=-\frac{10}{60}-\frac{43}{60}=\underline{\underline{-\frac{53}{60}}}$

e) $\frac{1}{2}\cdot(\frac{2}{3}+\frac{3}{4})-\frac{4}{5}\cdot\frac{5}{6}=\frac{1}{2}\cdot\frac{8+9}{12}-\frac{4}{6}=\frac{17}{24}-\frac{4}{6}=\frac{17-16}{24}=\underline{\underline{\frac{1}{24}}}$

f) $[\frac{1}{2}\cdot(\frac{2}{3}+\frac{3}{4})-\frac{4}{5}]\cdot\frac{5}{6}=[\frac{1}{2}\cdot\frac{8+9}{12}-\frac{4}{5}]\cdot\frac{5}{6}=[\frac{17}{24}-\frac{4}{5}]\cdot\frac{5}{6}=[\frac{85-96}{120}]\cdot\frac{5}{6}=-\frac{11}{120}\cdot\frac{5}{6}=-\frac{11}{24}\cdot\frac{1}{6}=\underline{\underline{-\frac{11}{144}}}$

g) $(\frac{1}{2}-\frac{2}{3})\cdot(\frac{3}{4}+\frac{4}{5})=\frac{3-4}{6}\cdot\frac{15+16}{20}=-\frac{1}{6}\cdot\frac{31}{20}=\underline{\underline{-\frac{31}{120}}}$

h) $[(\frac{1}{2}-\frac{2}{3})\cdot\frac{3}{4}-\frac{4}{5}]\cdot\frac{5}{6}=[-\frac{1}{6}\cdot\frac{3}{4}-\frac{4}{5}]\cdot\frac{5}{6}=[-\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4}-\frac{4}{5}]\cdot\frac{5}{6}=[-\frac{1}{8}-\frac{4}{5}]\cdot\frac{5}{6}=[\frac{-5-32}{40}]\cdot\frac{5}{6}=-\frac{37}{40}\cdot\frac{5}{6}=-\frac{37}{8}\cdot\frac{1}{6}=\underline{\underline{-\frac{37}{48}}}$

i) $\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}-\frac{3}{4}\cdot\frac{5}{6}=\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\cdot\frac{5}{2}=\frac{1}{3}-\frac{5}{8}=\frac{8-15}{24}=\underline{\underline{-\frac{7}{24}}}$

Aufgabe 3: Welche Werte von x sind in den folgenden Bruchtermen „verboten“? Warum?

a) $\frac{1}{x}$ **b)** $\frac{1}{x^2}$ **c)** $\frac{1}{1-2\cdot x}$ **d)** $\frac{1}{4+x}$ **e)** $\frac{1}{1-x^2}$ **f)** $\frac{1}{1+x^2}$

Der Nenner darf nicht ‘0’ sein, daher:

a) $\underline{\underline{x\neq 0}}$ **b)** $\underline{\underline{x\neq 0}}$ **c)** $\underline{\underline{x\neq\frac{1}{2}}}$ **d)** $\underline{\underline{x\neq -4}}$ **e)** $\underline{\underline{x\neq\pm 1}}$ **f)** $\underline{\underline{\text{alle x erlaubt}}}$

Aufgabe 4: Die Kosten für ein Produkt teilen sich auf in $\frac{5}{12}$ Materialkosten, $\frac{1}{6}$ Energiekosten, $\frac{2}{5}$ Lohnkosten, der Rest sind Transportkosten. Wie groß ist der Anteil (als Bruch!) der Transportkosten?

$\frac{5}{12}+\frac{1}{6}+\frac{2}{5}=\frac{25+10+24}{60}=\frac{59}{60}$ und der Rest zum Ganzen (1) ist dann $1-\frac{59}{60}=\frac{60}{60}-\frac{59}{60}=\underline{\underline{\frac{1}{60}}}$.

Aufgabe 5: Sie haben 1200 € auf Ihrem Sparbuch und erhalten 10 % Zinsen pro Jahr.

a) Wie groß ist Ihr Guthaben dann nach einem Jahr?

$1200\,€\cdot 1{,}10=\underline{\underline{1320\,€}}$

b) Wie groß ist Ihr Guthaben nach zwei Jahren, wenn Sie kein Geld von dem Konto abheben?

$1320\,€\cdot 1{,}10=\underline{\underline{1452\,€}}$

c) Um wie viel Prozent hat sich Ihr Guthaben in diesen zwei Jahren insgesamt vermehrt?

$1452\,€-1200\,€=252\,€$, $\quad \frac{252\,€}{1200\,€}\cdot 100\%=\underline{\underline{21\%}}$

oder alternativ: $1{,}\underline{10}\cdot 1{,}\underline{10}=1{,}\underline{21}$, also ebenfalls 21%.

Aufgabe 6: Ein Mantel kostet 100 €. Im Winterschlussverkauf wird der Kaufpreis um 20 % reduziert. Nach dem Winterschlussverkauf wird der aktuelle Preis wieder um 20 % erhöht. Wie teuer ist der Mantel dann?

$100\,€\cdot 0{,}80=80\,€$, $\quad 80\,€\cdot 1{,}20=\underline{\underline{96\,€}}$

Aufgabe 7: Berechnen Sie jeweils den Wert des Ausdrucks:

a) $\frac{5^{10000}}{5^{9998}}=5^{10000-9998}=5^2=\underline{\underline{25}}$

b) $\frac{2^{121}}{5^{2003}}\cdot\frac{a^3}{b}\cdot\frac{5^{2004}}{a}\cdot\frac{b}{2^{119}}=\frac{2^{121}}{2^{119}}\cdot\frac{5^{2004}}{5^{2003}}\cdot\frac{a^3}{a}\cdot\frac{b}{b}=2^2\cdot 5^1\cdot a^2\cdot 1=\underline{\underline{20a^2}}$

Aufgabe 8: Schreiben Sie ohne Klammern und so einfach wie möglich ($n\in\{1,2,3,\ldots\}$):

2n ist immer „gerade“ (2, 4, 6, 8, …), 2n-1 ist immer „ungerade“ (1, 3, 5, 7, …):

a) $(-1)^{2\cdot n}=\underline{\underline{1}}$ **b)** $(-1)^{2\cdot n+1}=\underline{\underline{-1}}$ **c)** $(-a)^2=\underline{\underline{a^2}}$ **d)** $(-a)^5=\underline{\underline{-a^5}}$

Aufgabe 9:

Rechnen Sie so weit wie möglich aus:

a) $2x-3y+4x-5y+6x+3z=\underline{\underline{12x-8y+3z}}$

b) $4x^2-3x+2x^2+4x=\underline{\underline{6x^2+x}}$

c) $4x^2+5+4(2x^2+3)=4x^2+5+8x^2+12=\underline{\underline{12x^2+17}}$

d) $(x+2)\cdot(x-5)=x^2-5x+2x-10=\underline{\underline{x^2-3x-10}}$

e) $(x+2)^2+(x-1)^2=x^2+4x+4+x^2-2x+1=\underline{\underline{2x^2+2x+5}}$

f) $4x^2+8-(2x+3)\cdot(2x-3)=4x^2+8-(4x^2-9)=4x^2+8-4x^2+9=\underline{\underline{17}}$

Aufgabe 10: Wandeln Sie die folgenden Produkte bzw. Potenzen in Summen um:

a) $(1+a)\cdot(2-a)=2-a+2a-a^2=\underline{\underline{2+a-a^2}}$

b) $(1+a)\cdot(1-a)=\underline{\underline{1-a^2}}$

c) $(2x+3)^2=\underline{\underline{4x^2+12x+9}}$

d) $(x-5)^2=\underline{\underline{x^2-10x+25}}$

e) $(3x^2+2)^2=\underline{\underline{9x^4+12x^2+4}}$

Aufgabe 11: Lösen Sie die folgenden Gleichungen:

a)
$16-x=2 \quad / +x$
$16=2+x \quad / -2$
$14=x$
$\underline{\underline{x=14}}$

b)
$3x+4=2x-10 \quad / -2x$
$x+4=-10 \quad / -4$
$\underline{\underline{x=-14}}$

c)
$2(x+1)=3x+1$
$2x+2=3x+1 \quad / -2x$
$2=x+1 \quad / -1$
$1=x$
$\underline{\underline{x=1}}$

d)
$(1+x)\cdot(2-x)=1-x^2$
$2-x+2x-x^2=1-x^2$
$2+x-x^2=1-x^2 \quad / +x^2$
$2+x=1 \quad / -2$
$\underline{\underline{x=-1}}$

e)
$(x-1)^2=(x-2)^2$
$x^2-2x+1=x^2-4x+4 \quad / -x^2$
$-2x+1=-4x+4 \quad / +4x$
$2x+1=4 \quad / -1$
$2x=3 \quad / :2$
$\underline{\underline{x=\frac{3}{2}}}$

f)
$(x+1)^2-(x-1)^2=4$
$x^2+2x+1-(x^2-2x+1)=4$
$x^2+2x+1-x^2+2x-1=4$
$4x=4 \quad / :4$
$\underline{\underline{x=1}}$

g)
$(x+2)\cdot(x+3)-(x+1)\cdot(x+4)=1-2x$
$x^2+3x+2x+6-(x^2+4x+x+4)=1-2x$
$x^2+3x+2x+6-x^2-4x-x-4=1-2x$
$2=1-2x \quad / +2x$
$2+2x=1 \quad / -2$
$2x=-1 \quad / :2$
$\underline{\underline{x=-\frac{1}{2}}}$

Aufgabe 12: Ein Zahlenspiel für größere Kinder:

Ich denke mir eine Zahl, die ich Ihnen nicht verrate! ❶

Nun lassen Sie mich diese geheime Zahl mit 5 multiplizieren. ❷ Danach fordern Sie mich auf, zum Ergebnis 6 hinzu zu addieren. ❸ Nachdem ich dann noch einmal alles mit 4 multipliziert habe ❹, soll ich noch 4 abziehen ❺ und schließlich wieder mit 5 multiplizieren ❻.

Nun fragen Sie mich nach meinem Ergebnis, und ich antworte wahrheitsgemäß: 1400.

Dann teilen Sie mir nach kurzer Überlegung mit, welche Zahl ich mir ursprünglich gedacht habe. Also, welche Zahl war es???

❶ x
❷ $5x$
❸ $5x+6$
❹ $4(5x+6)$
❺ $4(5x+6)-4$
❻ $5[4(5x+6)-4]=E$ (E für Ergebnis)

$$5[20x+24-4]=E$$
$$5[20x+20]=E$$
$$100x+100=E$$
$$100x=E-100$$
$$x=\frac{E-100}{100} \quad \text{oder} \quad x=\frac{E}{100}-1$$

Für E=1400 war die gesuchte Zahl also $x=\frac{1400}{100}-1=14-1=\underline{\underline{13}}$.

Aufgabe 13: Lösen Sie mit dem jeweils naheliegenden Verfahren die folgenden Gleichungssysteme:

a) $-2x-6y=-4$ und $2x+4y=2$ (Additionsverfahren: Addiere beide Gleichungen)

$$-2x-6y=-4$$
$$2x+4y=2$$
$$-2y=-2 \quad \text{und daraus folgt} \quad y=1$$

Einsetzen von $y=1$ zum Beispiel in die zweite Gleichung liefert

$$2x+4\cdot 1=2$$
$$2x+4=2$$
$$2x=-2$$
$$x=-1$$

Lösung also: $\underline{\underline{x=-1}}$, $\underline{\underline{y=1}}$

b) $-4+4y=2x$ und $2x=11-y$ (Gleichsetzungsverfahren 2x= …)

$$-4+4y=11-y$$
$$-4+5y=11$$
$$5y=15$$
$$y=3$$

Einsetzen von $y=1$ zum Beispiel in die zweite Gleichung liefert $2x=11-3=8$

Lösung also: $\underline{\underline{x=4}}$, $\underline{\underline{y=3}}$

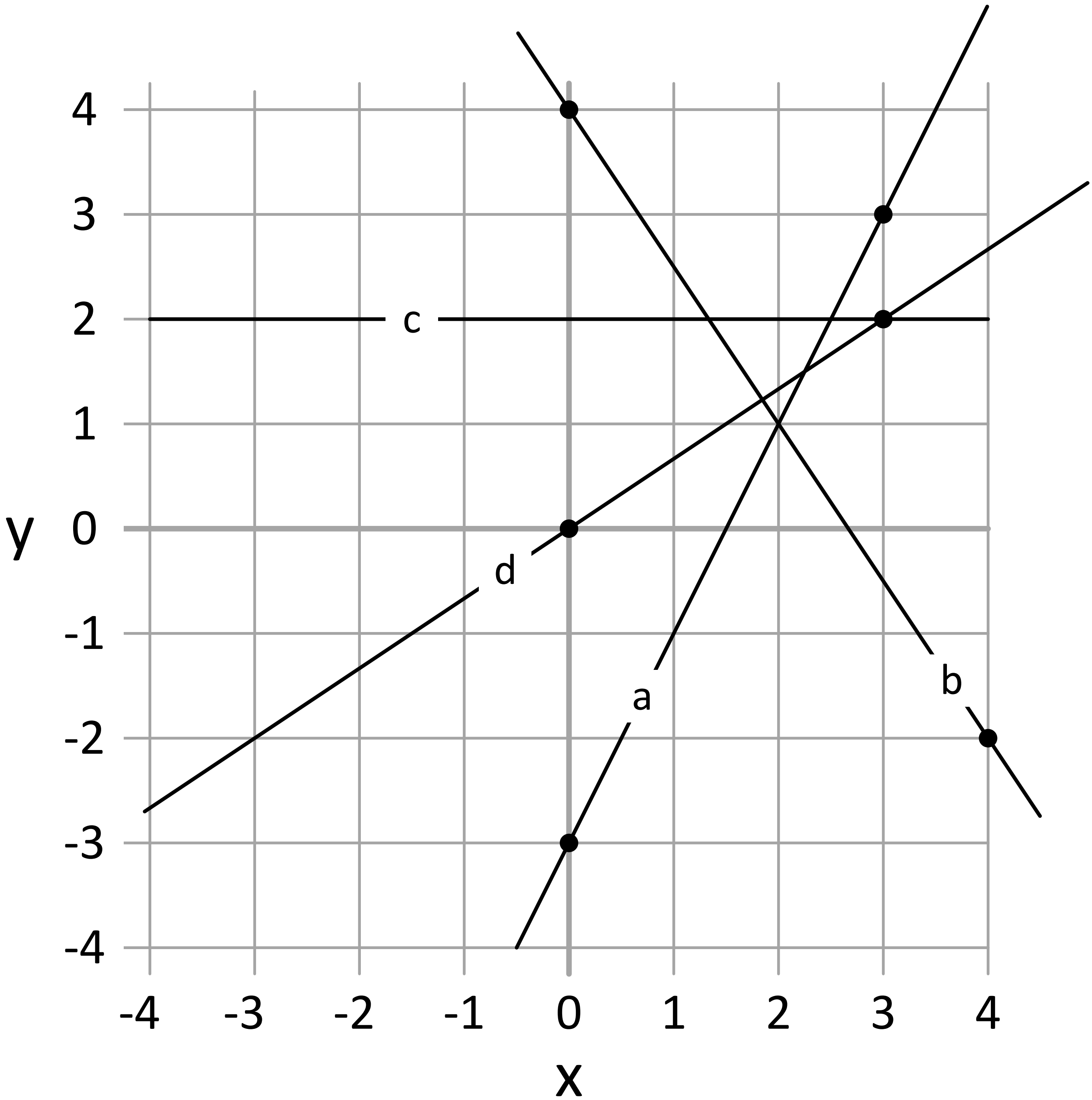
c) $x+\frac{1}{2}y=3$ und $\frac{1}{2}y=1$ (Einsetzungsverfahren, hier besonders einfacher Fall)

Aus $\frac{1}{2}y=1$ folgt $y=2$ und Einsetzen in die erste Gleichung liefert $x+1=3$

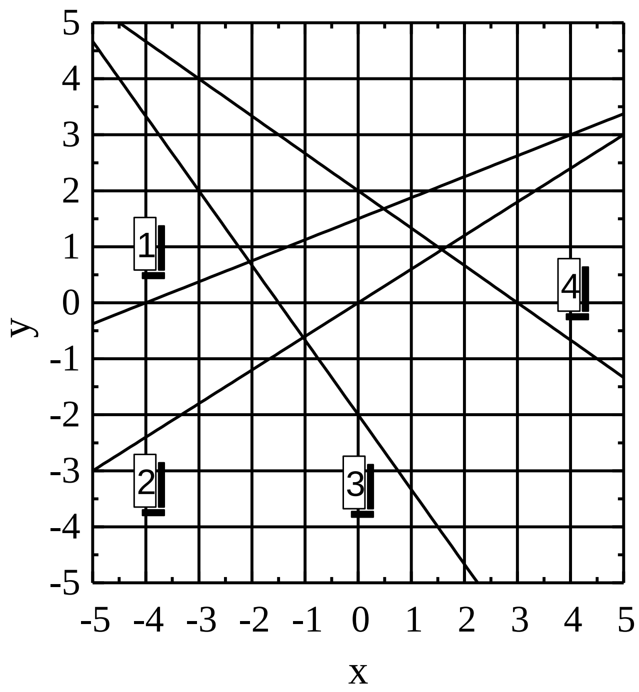
Lösung also: $\underline{\underline{x=2}}$, $\underline{\underline{y=2}}$

Aufgabe 14: Zeichnen Sie die zugehörigen Graphen in ein geeignetes Koordinatensystem!

a) $y=f(x)=2x-3$ **b)** $y=f(x)=-\frac{3}{2}x+4$ **c)** $y=f(x)=2$ **d)** $y=f(x)=\frac{2}{3}x$



Aufgabe 15: Siehe Abbildung rechts! Ermitteln Sie die zugehörigen Geradengleichungen. Heben Sie zunächst die eigentlichen Koordinatenachsen im Gitternetz farblich hervor!



Gerade 1: $\underline{\underline{y = \frac{3}{8}x + \frac{3}{2}}}$

Gerade 2: $\underline{\underline{y = \frac{3}{5}x}}$

Gerade 3: $\underline{\underline{y = -\frac{4}{3}x - 2}}$

Gerade 4: $\underline{\underline{y = -\frac{2}{3}x + 2}}$

Aufgabe 16: Berechnen(!) Sie die Gleichung der Geraden, die durch die Punkte $P_1(\underbrace{-3}_{x1}|\underbrace{-3}_{y1})$ und $P_2(\underbrace{1}_{x2}\,|\,\underbrace{5}_{y2})$ verläuft.

Allgemeine Geradengleichung: $y = m \cdot x + b$

Steigung: $m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{-3-5}{-3-1} = \frac{-8}{-4} = 2$

Bisher also bekannt: $y = 2 \cdot x + b$

Einsetzen der Koordinaten entweder von Punkt 1 oder von <u>Punkt 2</u> liefert Gleichung für b:

$5 = 2 \cdot 1 + b$, so dass $b = 3$

Insgesamt also: $\underline{\underline{y = 2 \cdot x + 3}}$ (wird von einer „Kontrollzeichnung“ bestätigt)