Zahlbereiche

Name	*Symbol*	*„Zahlenvorrat“*
natürliche Zahlen	N	1, 2, 3, 4, 5, 6, ….
natürliche Zahlen mit „0“	N_0	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, …
ganze Zahlen	Z	…, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, …
rationale Zahlen	Q	alle Zahlen, die als Bruch darstellbar sind
irrationale Zahlen	I	alle Zahlen, die **nicht** als Bruch darstellbar sind
reelle Zahlen	R	Gesamtheit der rationalen und irrationalen Zahlen

Die Mengensymbole N, …, R sind leider nicht ganz richtig notiert, die Großbuchstaben enthalten eigentlich einen Doppelstrich, aber ich habe leider keinen Zeichensatz zur Verfügung, der diese Zeichen enthält.

Grundrechenarten, Bezeichnungen

Name	*Symbol*	*Bezeichnungen*
Addieren	$a + b$	Summand + Summand = Summe
Subtrahieren	$a - b$	Minuend – Subtrahend = Differenz
Multiplizieren	$a \cdot b = ab$	Multiplikand · Multiplikator = Produkt Faktor · Faktor = Produkt (häufiger gebraucht)
Dividieren	a:b oder $\frac{a}{b}$, $b \neq 0$	Dividend : Divisor = Quotient Zähler / Nenner = Quotient (Bruch)
Potenzieren	a^n	a: Basis, n: Exponent
„Radizieren“	$\sqrt[n]{a}$	a: Radikand, n: Wurzelexponent ($x = \sqrt[n]{a}$ ist Lösung von $x^n = a$)

Wichtig:

1. „Punktrechnung“ vor „Strichrechnung“!
2. Inhalt von Klammern zuerst ausrechnen!

Rechengesetze für die Grundrechenarten

Name	*Gleichung*
Kommutativgesetz (= Vertauschungsgesetz)	… für die Addition: $a + b = b + a$ … für die Multiplikation: $a \cdot b = b \cdot a$
Assoziativgesetz (= Verbindungsgesetz)	… für die Addition: $(a + b) + c = a + (b + c)$ … für die Multiplikation: $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$
Distributivgesetz (= Verteilungsgesetz)	… für die Multiplikation: $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ … für die Division: $(b + c) : a = b : a + c : a$ oder $\frac{b+c}{a} = \frac{b}{a} + \frac{c}{a}$

Wichtig:

Das Distributivgesetz für die Division gilt nur in der oben angegebenen Reihenfolge:

Es ist: $a : (b + c) \neq a : b + a : c$ oder in Bruchschreibweise $\frac{a}{b+c} \neq \frac{a}{b} + \frac{a}{c}$. Das ist ein **häufiger Fehler**!!!

Das Symbol $\neq$ bedeutet „ungleich“!

Auflösen „negativer Klammern“

$$a + b - (c - d + e - f) = a + b - c + d - e + f$$

Produkte von Summen

$$(a + b) \cdot (c + d) = a \cdot c + a \cdot d + b \cdot c + b \cdot d \quad \text{oder} \quad (a + b) \cdot (c - d) = a \cdot c - a \cdot d + b \cdot c - b \cdot d$$

Rechengesetze für Potenzen

Name	*Gleichung*
Spezialfälle	$a^0 = 1$, $a^1 = a$, $a^2 = a \cdot a$
Potenzen mit gleicher Basis	Produkte: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ Quotienten: $a^m : a^n = a^{m-n}$ oder $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
Potenzen mit gleichem Exponent	Produkte: $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$ Quotienten: $a^n : b^n = (a : b)^n$ oder $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
Potenz einer Potenz	$(a^m)^n = a^{m \cdot n} = (a^n)^m$
Negative Exponenten	$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

Binomische Formeln

Name	*Gleichung*
Erste binomische Formel	$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
Zweite binomische Formel	$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
Dritte binomische Formel	$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

Rechengesetze für Wurzeln

Name	*Gleichung*
Spezialfälle	$\sqrt{a} = \sqrt[2]{a}$, $\sqrt[n]{0} = 0$, $\sqrt[n]{1} = 1$, $\sqrt[n]{a^n} = a$, $(\sqrt[n]{a})^n = a$
Wurzel von Produkten	$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$
Wurzel von Quotienten	$\sqrt[n]{a : b} = \sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b}$ oder $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

Wichtig: Die Wurzeln negativer Zahlen sind nur dann definiert, wenn der Wurzelexponent n gerade ist!

Rechengesetze für Brüche

Name	*Gleichung*
Spezialfälle	$\frac{a}{1} = a$, $\frac{a}{a} = 1$, $\frac{0}{a} = 0$, $\frac{a}{0} =$ nicht definiert
Erweitern, Kürzen	$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot e}{b \cdot e}$, $\frac{a}{b} = \frac{a : k}{b : k}$
Addition, Subtraktion	gleichnamig: $\frac{a}{c} \pm \frac{b}{c} = \frac{a \pm b}{c}$, sonst erst auf Hauptnenner bringen
Multiplikation	$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$
Division, Doppelbruch	$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$ oder $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$